УДК 519.8

В.А. ГУЖВА, канд. техн. наук, ***Б.В. САМСОНОВ***

ОЦЕНКА ВЗАИМОСВЯЗИ МЕЖДУ ОСНОВНЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ В ЗАДАЧЕ СОСТАВЛЕНИЯ УЧЕБНОГО РАСПИСАНИЯ

Задача складання розкладу у вищому учбовому закладі має велику розмірність, що ускладнює її розв'язання. Щоб розв'язати цю проблему можливо використати методи декомпозиції. Для цього необхідно установити взаємозв'язок між змінними. В статті пропонується підхід отримання кількісної оцінки цих взаємозв'язків.

Постановка проблемы.

Задача автоматизации составления расписания занятий является актуальной в силу своей трудоемкости, значимости и востребованости. Основные трудности связаны со сложностями формализации объекта, большим числом переменных. Применение известных алгоритмов обработки и оптимизации массивов данных становится практически непосильным для современных вычислительных машин в силу чрезмерно высокой размерности задачи. Выход следует искать в возможностях применения методов декомпозиции и агрегирования.

Процесс синтеза расписания отображается функцией многих переменных, наиболее важными из которых можно считать следующие четыре: T – время; X – множество учебных групп студентов; Y - множество преподавателей; Z – множество аудиторий. Кроме них имеется ряд вспомогательных переменных: учебные дисциплины (предметы), вид занятий (лекции, практические занятия, семинары, лабораторные работы, консультации, зачеты, экзамены, коллоквиумы и т.д.).

Процесс составления расписания может быть представлен как пространственно-временной. Причем, X,Y,Z – некоторые неупорядоченные множества, T – упорядоченное множество, соответствующее моментам времени, например, номерам «пар занятий» в двухнедельном периодическом цикле (такой цикл обусловлен занятиями, проводимыми раз в две недели). При введении определенной системы ранжирования возможно упорядочение множеств переменных X,Y,Z, которые можно трактовать как систему пространственных координат. Таким образом, расписание можно представить с помощью трехмерной булевой матрицы (с координатами x,y,z), которую будем строить для каждого момента времени t. Единичные элементы матрицы отражают реализацию проведения аудиторного занятия в данный момент времени. Число единичных элементов матрицы составляет лишь незначительную долю от общего числа элементов, то есть матрица разреженная.

Для установления различных свойств задачи можно рассмотреть различные сечения матрицы. Например, расписание одной группы студентов (x=*const*), или одного преподавателя (y=*const*), или полное расписание одной пары занятий (t=*const*). В каждом сечении модели есть свои, заранее не установленные закономерности, отображающие специфику объекта.

При составлении расписания важным является вопрос декомпозиции по координатным направлениям, а также вопрос очередности выбора элементов по каждой из координат. Основанием могут служить оценки значимости элементов, в том числе, оценки интенсивности взаимодействия элементов матрицы между собой.

Часть функциональных связей между переменными, таких как предмет-группа-преподаватель, задается документами: ведомость учебных поручений преподавательскому составу и индивидуальные планы. К неопределенной информации относятся связи между блоками предмет-группа-преподаватель и временем проведения занятия, а также между этими блоками и аудиторным фондом. Неопределенную информацию необходимо доопределить.

Большая размерность задачи затрудняет процесс построения учебного расписания. Для понижения размерности предлагается использовать декомпозицию исходной задачи на основании использования межкоординатных связей. Предлагаемый подход в силу наглядности физического смысла различных проекций и сечений в выбранной системе координат позволяет производить сравнительный анализ вариантов, уточнить критерии оценки качества. С его помощью может быть реализована последовательная процедура составления расписания с локальной оптимизацией по отдельным координатным направлениям.

Цели исследования.

Одним из коренных вопросов синтеза модели учебного расписания является установление численных функциональных зависимостей между основными переменными. Такая подготовка данных при наличии системы приоритетов позволит установить очередность выбора элементов массивов в процессе составления и оптимизации учебного расписания.

Оценка взаимосвязей между переменными пространственно-временной модели составления учебного расписания.

Для облегчения задачи оптимизации необходимо упорядочить массив исходных данных. Для нас наибольший интерес представляет массив в следующей форме: двумерный массив $[x_i, y_j]$, являющийся проекцией булевой матрицы на плоскость *XOУ*. Такая проекция может служить основой для получения количественных оценок взаимосвязи между переменными x_i и y_j.

В сечениях параллельных плоскости *XOY* объемной модели, например, с параметром z_q единичные элементы с координатами x_i и y_j изображают занятия, проводимые преподавателем y_j с группой x_i в момент t_n. Сумма всех таких сечений по переменным t_n, $n=1..N$ и z_q, $q=1..Q$ представляет собой прямоугольную матрицу, элементами которой являются целые числа a_{ij}, соответствующие числу занятий, проведенных преподавателем y_j в группе x_i за весь рассматриваемый двухнедельный цикл. Где N – общее количество пар в течение двухнедельного цикла, $К$ – общее количество аудиторий.

Сумма элементов столбца y_j равная $\sum_{i=1}^{I} a_{ij} = A_j$ отображает интегральную нагрузку преподавателя y_j во всех группах, где он проводит занятия. Здесь I – общее число учебных групп. Сумма элементов строки x_i равная $\sum_{j=1}^{J} a_{ij} = A_i$ отображает интегральную нагрузку группы x_i, выполняемую всеми преподавателями, работающими с этой группой. Здесь J – общее число преподавателей.

Поскольку нами принято допущение, что все группы студентов x_i занимаются без временных «окон», то $A_j=M=const$ (то есть, все группы имеют одинаковую нагрузку за цикл из M занятий). Интегральная нагрузка преподавателя A_j, работающего на полную ставку, также является практически постоянной величиной (отклонение не должно превышать 25% от установленного норматива A_0 для данного вуза и обосновывается решением соответствующей кафедры). Поэтому интегральные оценки не содержат информации для упорядочения массивов (за исключением учета работы преподавателей на часть ставки).

Введем величину $\frac{a_{ij}}{A_j}$, характеризующую относительную частоту проведения занятий в некоторой группе x_i конкретным преподавателем y_j, и величину $\frac{a_{ij}}{A_i}$, как относительную частоту проведения занятий в некоторой группе x_i конкретным преподавателем y_j.

Относительные частоты распределения нагрузки могут служить обоснованием упорядочения как множества преподавателей Y при условии их работы в конкретной группе x_i, так и при упорядочении множества учебных групп X при условии работы в них конкретного преподавателя y_j. В обоих случаях наименьшие номера очередности присваиваются параметрам с наибольшим значением относительной частоты.

Причем, суммарная матрица $[a_{i,j}]$ может быть получена на основании нормативных документов, регламентирующих учебный процесс в данном вузе. Эта матрица устанавливает количественные отношения по взаимной учебной нагрузке между преподавателями учебными групп студентов.

Рассмотрим методику построения матриц коэффициентов связи между группами и преподавателями.

Условимся считать связанными между собой такие группы студентов, где работают одни и те же преподаватели, степени свободы выбора занятий для которых ограничены общей (взаимной) нагрузкой. То есть, будем оценивать общность групп студентов через степень использования общих преподавателей.

Степень связи между двумя академическими группами студентов x_i и x_s из множества X, которая обусловлена тем, что преподаватель y_j ведет учебный процесс в этих группах, оценим коэффициентом:

$$K_{i,s}^{j} = \frac{a_{i,j} a_{s,j}}{A_i A_s}, i = \overline{1,I}; s = \overline{1,I}; j = \overline{1,J};$$

где $a_{i,j}$ и $a_{s,j}$ – нагрузки каждой из двух групп, выполняемые j-тым преподавателем, а A_i и A_s – полные нагрузки каждой из двух групп x_i и x_s соответственно.

Абсолютные оценки связи между двумя группами можно получить суммированием соответствующих коэффициентов по всем преподавателям:

$$K_{i,s} = \sum_{j=1}^{J} K_{i,s}^{j}, i = \overline{1,I}; s = \overline{1,I}.$$

В дальнейшем $K_{i,s}$ будем называть интегральным коэффициентом связи между двумя группами студентов.

Введем квадратную матрицу K с элементами $K_{i,s}$. Каждая i–я строка матрицы K представляет собой интенсивность связи между i–той группой и каждой из остальных I-1 групп студентов.

По аналогии можно ввести коэффициент связи между двумя преподавателями y_j и y_p из множества Y, работающими в одной и той же группе x_i при помощи соотношения

$$G_{j,p}^{i} = \frac{a_{i,j} \cdot a_{i,p}}{A_j \cdot A_p}, i = \overline{1,I}; j = \overline{1,J}; p = \overline{1,J};$$

где $a_{i,j}$ и $a_{i,p}$ – нагрузки двух преподавателей y_j и y_p соответственно, выполняемые в группе x_i.

Интегральные коэффициенты связи можно получить суммированием соответствующих относительных коэффициентов по всем группам студентов, где работают данные преподаватели.

$$G_{j,p} = \sum_{i=1}^{I} G_{j,p}^{i},\; j = \overline{1,J};\; p = \overline{1,J}\;.$$

По аналогии с матрицей *K* введем квадратную матрицу *G* с элементами $G_{j,p}$, которую будем использовать для ранжирования массива преподавателей.

Произведем анализ интегральной матрицы *K*. Можно отметить следующее.

1. Матрица симметрична относительно главной диагонали.
2. Элементами главной диагонали являются суммы квадратов интенсивности занятий в $i-$той группе. Поэтому диагональный элемент характеризует «энергию» занятий, проводимых в данной $i-$той группе всеми преподавателями. Это собственная «энергия» группы, характеризующая внутренние связи группы.
3. Сумма элементов главной диагонали результирующей матрицы связей K имеет смысл «энергии» всех занятий, проводимых во всех группах всеми преподавателями и кратна сумме квадратов всех элементов исходной матрицы $[a_{i,j}]$ и не зависит от порядка переменных *i* и *j*.
4. Оценку «энергии» взаимных связей между данным выбранным элементом (например, $i-$той группой студентов) и остальными элементами массива однородных переменных можно осуществить на основании анализа суммы элементов *i*-той строки (или столбца) матрицы интегральных коэффициентов связей.

Аналогичные рассуждения можно провести для матрицы интегральных коэффициентов связей *G* между преподавателями. Напомним, что в силу симметрии квадратных матриц связей сумма элементов строки равна сумме элементов соответствующего столбца.

Кроме того, заметим, что внедиагональные элементы характеризуют перекрестные взаимные «энергии» связи. А диагональные элементы характеризуют собственную «энергию» элемента. Поэтому возможно нормирование величин и разделение вкладов от собственных и взаимных связей.

Мы принимали допущение, что все студенческие группы имеют одинаковую нагрузку в течение рассматриваемого двухнедельного периода (A_i=*const*) и преподаватели работают на целую ставку с одинаковой нагрузкой (A_j=*const*). В таком случае, описанную выше процедуру получения матриц интегральных коэффициентов связей *K* и *G* на основании исходной матрицы взаимных нагрузок $[a_{i,j}]$, можно формализовать и автоматизировать при помощи известной операции перемножения матриц и операции транспонирования.

Получим произведение двух прямоугольных матриц:

$$[a_{i,j}]\cdot[a_{i,j}]^T = [B_{i,i}] = HK \text{ , где } H=const.$$

Поменяв местами матрицы-сомножители, получаем:

$$[a_{i,j}]^T \cdot [a_{i,j}] = [C_{j,j}] = RG \text{ , где } R=const.$$

С учетом таких допущений для упрощения расчетов можно использовать матрицы $[B_{i,i}]$ и $[C_{j,j}]$ вместо K и G соответственно.

На основании полученных суммарных матриц интегральных коэффициентов связей K и G можно произвести ранжирование переменных i и j по критерию интенсивности связей выбранного элемента со всеми остальными элементами однородного массива. Как было установлено ранее, критерием для ранжирования может служить сумма элементов строки (или столбца) соответствующей матрицы коэффициентов связей.

Выводы.

Итак, нами предложена и исследована количественная оценка взаимосвязей между основными переменными, характеризующими учебное расписание в виде матриц коэффициентов связей, которые наряду с тривиальными оценками учебных нагрузок могут служить основой для упорядочения и классификации массивов данных с целью применения методов декомпозиции.

Список литературы: **1**. *Гужва В.А., Самсонов Б.В.* Анализ подходов к автоматизации составления учебного расписания //Вестник Национального технического университета “ХПИ”. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2002. – № 9, т.6. – с 3-6. **2.** *Гужва В.А., Самсонов Б.В.* Пилипенко Д.В. Составление учебного расписания на основе метода штрафных функций //Вестник Национального технического университета “ХПИ”. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2002. – № 13. – с 129 – 136.

Поступила в редколлегию 30.11.05